



PONTIFICIA UNIVERSIDAD  
CATOLICA  
DE VALPARAISO

Facultad de Ciencias  
Instituto de Matemática  
<http://ima.ucv.cl>

Blanco Viel 596, Cerro Barón,  
Valparaíso  
Casilla 4059, Valparaíso - Chile  
Tel: (56-32) 2274001  
Fax:(56-32) 2274041

IGNACIO MUGA URQUIZA, Secretario Académico del Instituto de Matemáticas, certifica que este,

## ***PROGRAMA***

### **Asignatura MAT 204 “CALCULO 2-B”**

#### ***I DATOS GENERALES***

|                              |   |                   |
|------------------------------|---|-------------------|
| Horas semanales de Teoría    | : | 4                 |
| Horas semanales de Ayudantía | : | 4                 |
| Duración                     | : | 1 semestre        |
| Créditos                     | : | 4 (Cuatro)        |
| Pre-requisitos               | : | MAT 113 y MAT 203 |

#### ***II OBJETIVOS***

##### **Generales:**

Entregar al alumno las herramientas fundamentales del cálculo en dos o más variables en una forma secuencialmente lógica, y capacitando para plantear y resolver problemas mediante su uso.

##### **Específicos:**

Al término del curso el alumno debe ser capaz de:

- Manejar el vocabulario básico referente a límite, continuidad, diferenciación e integración de funciones de varias variables.
- Reconocer si una función tiene límite en un punto y eventualmente calcularlo.
- Reconocer y demostrar la continuidad de una función en un punto.

- d) Derivar una función real o vectorial de varias variables independientemente de su forma o descripción, y aplicar esta herramienta para resolver problemas de optimización y minimización con o sin restricciones.
- e) Reconocer la integrabilidad de una función y calcular la integral de ella mediante integración iterada.
- f) Aplicar la integración múltiple al cálculo de volúmenes, áreas, centro de masa, momentos de inercia, etc.

### ***III TEMAS Y CONTENIDOS***

#### ***1. Cálculo Diferencial en Varias Variables (18 sesiones)***

- 1.1. Conceptos topológicos básicos. ( $\frac{1}{2}$  sesión).
- 1.2. Vecindades.
  - 1.2.1. Conjuntos abiertos.
  - 1.2.2. Región.
  - 1.2.3. Puntos de acumulación.
- 1.3. Funciones de dos o más variables independientes (1 sesión).
  - 1.3.1. Curvas de nivel (funciones de dos variables independientes).
  - 1.3.2. Superficies de nivel (funciones de tres variables independientes).
- 1.4. Límites ( $1 \frac{1}{2}$  sesiones)
  - 1.4.1. Definición de límite (para puntos de acumulación).
  - 1.4.2. Condición necesaria para existencia de límite.
  - 1.4.3. Álgebra de límites.
- 1.5. Continuidad ( $1 \frac{1}{2}$  sesiones)
  - 1.5.1. Definición en base a vecindades.
  - 1.5.2. Caracterización en base a límites.
  - 1.5.3. Álgebra de funciones continuas.
  - 1.5.4. Ejemplos de funciones continuas: polinómicas, racionales; composiciones con funciones reales continuas.
- 1.6. Derivadas parciales (1 sesión)
  - 1.6.1. Definición.
  - 1.6.2. Interpretación geométrica.
  - 1.6.3. Condición necesaria para extremos relativos.
- 1.7. Derivadas parciales de orden superior (2 sesiones)
  - 1.7.1. Igualdad de las derivadas Mixtas.
  - 1.7.2. Corolario: 
$$\frac{\partial f}{\partial x^p \partial y^q} = \frac{\partial f}{\partial y^q \partial x^p} \quad (p + q = n)$$
- 1.8. Diferenciabilidad (5 sesiones)
  - 1.8.1. Definición (en base a generalizar la definición unidimensional).
  - 1.8.2. Caracterización en base a existencia y continuidad de las derivadas parciales.
  - 1.8.3. Álgebra de funciones diferenciables.
  - 1.8.4. Ejemplos de funciones diferenciables: polinómicas, racionales, composiciones con funciones derivables reales.
  - 1.8.5. Derivadas de funciones diferenciables compuestas (regla de la cadena).

- 1.8.6. Diferencial exacta: Interpretación geométrica como un plano (afín) tangente a la superficie.
- 1.8.7. Aplicación de la diferencial exacta al cálculo aproximado de incrementos.
- 1.8.8. Gradiente e interpretación geométrica en 3 dimensiones.
- 1.8.9. Derivada direccional.
- 1.8.10. Teorema de Taylor en varias variables.
- 1.9. Funciones implícitas (1  $\frac{1}{2}$  sesiones)
  - 1.9.1. Condiciones suficientes para la existencia de las funciones implícitas.
  - 1.9.2. Derivación parcial implícita.
  - 1.9.3. Aplicación al cálculo de planos tangentes dados en forma implícita.
- 1.10. Funciones inversas (1  $\frac{1}{2}$  sesiones)
  - 1.10.1. Jacobiano.
  - 1.10.2. Condiciones suficientes para la existencia de la transformación inversa diferenciable.
  - 1.10.3. Derivación parcial de funciones inversas.
- 1.11. Máximos y Mínimos (2  $\frac{1}{2}$  sesiones)
  - 1.11.1. Máximos y Mínimos relativos.
  - 1.11.2. Puntos críticos.
  - 1.11.3. Condiciones suficientes para máximos, mínimos o puntos de ensilladura.
  - 1.11.4. Definición de máximos y mínimos absolutos.
  - 1.11.5. Multiplicadores de Lagrange.
2. **Integración (8 sesiones)**
  - 2.1. Integral de Riemann para funciones acotadas sobre rectángulos (1  $\frac{1}{2}$  sesiones).
    - 2.1.1. Particiones y refinamientos.
    - 2.1.2. Sumas superiores e inferiores.
    - 2.1.3. Función Riemann integrable.
  - 2.2. Integral de Riemann para funciones acotadas sobre regiones (1  $\frac{1}{2}$  sesiones)
    - 2.2.1. Conjunto de contenido nulo.
    - 2.2.2. Definición de integral múltiple sobre regiones.
    - 2.2.3. Clase de función Riemann integrable.
  - 2.3. Integrales iteradas (2 sesiones)
    - 2.3.1. Definición
    - 2.3.2. Teorema de Fubini.
    - 2.3.3. Cálculo de área, volúmenes.
  - 2.4. Cambio de variables (3 sesiones)
    - 2.4.1. Teorema del cambio de variable.
    - 2.4.2. Casos particulares: polares, esféricas, cilíndricas.
    - 2.4.3. Integrales múltiples impropias.
3. **Aplicaciones a Cálculo de: (4 sesiones)**
  - Áreas del círculo, elipse,, cardioide, etc.
  - Volumen de esfera, cono, elipsoide, paraboloides, etc.
  - Momentos de inercia de cilindros, esferas, conos, etc.

#### ***IV*** **BIBLIOGRAFIA**

##### OBLIGATORIA:

- Watson Fulk, "Cálculo Avanzado"
- L. Brand "Cálculo Avanzado"
- Kaplan "Cálculo Avanzado"
- Taylor and Wade "Cálculo"

##### COMPLEMENTARIA:

- Thomas "Cálculo"
- Shaum's "Cálculo"
- Shaum's "Cálculo Avanzado"

VALPARAISO, 2014.-