

**Thème 2. Spécificité des outils, des signes et du discours dans le travail mathématique**

Dans la poursuite des symposiums précédents, le thème 2 se consacre à l'étude des outils du travail mathématique et des signes considérés à la fois comme véhicule des connaissances et support de leurs transformations, et à leurs rapports au discours dès qu'il s'agit d'articulation des signes et des outils dans l'activité mathématique. Au regard de la théorie des espaces de travail mathématique (ThETM), si l'approfondissement des questions relatives à la coordination des genèses retient déjà l'attention, la question plus particulière du rôle de la genèse discursive par rapport aux autres genèses (sémiotiques et instrumentales) devient ici plus visible. Pour les nouvelles contributions, nous retenons plusieurs interrogations sur l'incidence ou les effets des outils, des signes et du discours dans le travail mathématique :

- Interactions et situations didactiques. On peut d'abord explorer le potentiel offert conjointement par les environnements technologiques et les systèmes de signes pour faire évoluer le travail mathématique de l'élève, que ce soit en pensant *milieu* (sémiotique, technologique ou épistémologique), *sujet* (élève ou enseignant) ou *activité* (interactions entre l'élève, l'enseignant et le milieu). En tant qu'interactions essentielles dans la ThETM, l'interrogation peut alors étudier en quoi les outils, les systèmes de signes et le discours affectent la construction et la mise en œuvre des connaissances de l'élève, guidant son travail mathématique.
- Contrôle mutuel des signes, des outils et du discours. En tant qu'expression verbale de la pensée, on reconnaît habituellement au discours un double rôle de moyen d'expression (fonction discursive) et de contrôle sur la représentation, la transformation et la communication des connaissances (fonction métadiscursive). Cependant, pour l'apprentissage en analyse ou en géométrie, par exemple, à l'aide d'un dispositif technologique, on sait que l'interaction entre l'élève et le milieu implique une coordination signe-outil qui renouvelle le rôle traditionnel du discours dans le contrôle des connaissances. Selon la tâche à accomplir, l'interrogation peut alors porter sur des interactions sujet-milieu finalisées, que ce soit pour découvrir, modéliser ou valider une propriété mathématique.
- Fibrations. Alors que la genèse discursive s'active souvent pour le contrôle des genèses sémiotiques et instrumentales, on sait que ce sont les rôles d'outil (moyens de type opératoire), de représentation et de contrôle qui permettent le développement des connaissances au cours de la résolution de problèmes. Ainsi, dans l'interaction entre le plan cognitif et le plan épistémologique, il est possible d'associer les fibrations au processus de conceptualisation, que ce soit pour la formation d'une conception mathématique ou pour sa mise en œuvre. L'interrogation en matière de fibration porte aussi bien sur le processus de conceptualisation chez l'élève que sur les liens entre les espaces de travail (modélisation intra ou extra mathématique), en commençant par la coordination des genèses.
- Preuves et raisonnements. Lorsqu'il s'agit de mathématique, les notions de preuve et de raisonnement sont déjà très connotées. Pourtant, le travail mathématique est historiquement très riche, et les nouvelles possibilités technologiques invitent à repenser la définition même des référentiels. L'interrogation ici porte sur les types de preuves (démonstration ; preuves matérielles, instrumentées, algorithmiques, automatisées, etc.) et de raisonnements (déductif, inductifs, abductif ; dialectique, argumentation) qui interviennent au cours du travail mathématique, et plus particulièrement à l'école.
- Conception d'artefacts. Du point de vue de l'utilisateur, les machines mathématiques ou les logiciels formulent chacun dans leur logique des problèmes qui sont susceptibles de contribuer à la réalisation du travail mathématique. En outre, certaines situations didactiques scénarisées à l'interface de dispositifs informatiques (LessonSketch en formation des enseignants ; QED-Tutrix pour soutenir la résolution de problèmes de preuve) renouvellent l'idée même d'interactions qui peuvent orienter le travail mathématique. Or, la conception d'artefacts peut également intégrer les utilisateurs, et ce très tôt dans le processus de conception, en s'interrogeant sur le rôle des genèses dans une perspective de travail mathématique.

Certaines questions sont formulées dans le modèle des ETM, mais elles peuvent naturellement être reformulées et traitées dans d'autres perspectives théoriques.

**Responsables**

Michela MASCHIETTO (Italie), [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

Patricio HERBST (États-Unis d'Amérique), Philippe R. RICHARD (Canada) et Fabienne VENANT (Canada)

## Tema 2. Especificidad de las herramientas, los signos y el discurso en el trabajo matemático

En continuidad con los simposios anteriores, el tema 2 está dedicado al estudio de las herramientas del trabajo matemático y los signos considerados tanto como un vehículo de conocimientos como de apoyo para sus transformaciones, y a sus relaciones con el discurso tan pronto como se trate de la articulación de signos y herramientas en la actividad matemática. Teniendo en cuenta la teoría de los espacios de trabajo matemático (ThETM), si la profundización de las cuestiones relacionadas con la coordinación de las génesis llama la atención, la cuestión más específica del papel de la génesis discursiva en relación con otras génesis (semiótica e instrumental) se vuelve más visible aquí. Para las nuevas contribuciones, destacamos varias preguntas sobre el impacto o los efectos de las herramientas, los signos y el discurso en el trabajo matemático:

- Interacciones y situaciones didácticas. Primero podemos explorar el potencial ofrecido conjuntamente por los entornos tecnológicos y los sistemas de signos para hacer evolucionar el trabajo matemático del estudiante, ya sea pensando en el *medio* (semiótico, tecnológico o epistemológico), en el *sujeto* (alumno o docente), o en la *actividad* (interacciones entre el alumno, el docente y el medio). Como interacciones claves en la ThETM, la interrogación puede explorar cómo las herramientas, los sistemas de signos y el discurso afectan la construcción e implementación del conocimiento del alumno, guiando su trabajo matemático.
- Control mutuo de signos, herramientas y discurso. Como expresión verbal del pensamiento, el discurso suele reconocerse como un modo de expresión (función discursiva) y de control sobre la representación, la transformación y la comunicación de los conocimientos (función metadiscursiva). Sin embargo, en el aprendizaje del análisis o de la geometría, por ejemplo, mediante un dispositivo tecnológico, se sabe que la interacción entre el alumno y el medio implica una coordinación signo-herramienta que renueva la función tradicional del discurso en el control de los conocimientos. Dependiendo de la tarea en cuestión, la interrogación puede enfocarse en interacciones sujeto-medio finalizadas, ya sea para descubrir, modelizar, o validar una propiedad matemática.
- Fibraciones. Si bien la génesis discursiva se activa a menudo para el control de las génesis semiótica e instrumental, las herramientas de representación y control permiten el desarrollo de conocimiento durante la resolución de problemas. Por lo tanto, en la interacción entre el plano cognitivo y el plano epistemológico, es posible asociar las fibraciones con el proceso de conceptualización, ya sea para la formación de una concepción matemática o para su implementación. La cuestión de fibración se refiere tanto al proceso de conceptualización en el alumno como a los vínculos entre los espacios de trabajo (modelización intra o extra matemática), empezando por la coordinación de las génesis.
- Pruebas y razonamiento. Cuando se trata de matemáticas, las nociones de prueba y razonamiento están connotadas desde un principio. Sin embargo, el trabajo matemático es históricamente muy rico, y las nuevas posibilidades tecnológicas invitan a repensar la definición misma de marcos de referencia. La pregunta aquí se refiere a los tipos de pruebas (demostración, pruebas materiales, instrumentadas, algorítmicas, automatizadas, etc.) y de razonamiento (deductivo, inductivo, abductivo; dialéctica, argumentación) que participan en el trabajo matemático, especialmente en la escuela.
- Diseño de artefactos. Desde el punto de vista del usuario, las máquinas matemáticas o los software formulan, cada uno en su lógica, problemas que pueden contribuir a la realización del trabajo matemático. Además, algunas situaciones didácticas con guiones implementados en dispositivos informáticos (LessonSketch en la formación de docentes, QED-Tutrix para apoyar la resolución de problemas de prueba) renuevan la mismísima idea de las interacciones que pueden guiar el trabajo matemático. Sin embargo, el diseño de artefactos puede integrar también a los usuarios, de forma muy temprana en el proceso de diseño, al interrogar el papel de la génesis en una perspectiva de trabajo matemático.

Algunas cuestiones se formulan en el modelo de los ETM, pero pueden ser reformuladas y tratarse en otros marcos metodológicos y teóricos.

### Responsables

Michela MASCHIETTO (Italia), [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

Patricio HERBST (Estados Unidos de América), Philippe R. RICHARD (Canadá) y Fabienne VENANT (Canadá)

## **Theme 2. Specific tools, signs and discourse in the mathematical work**

In continuity with previous symposia, this theme focuses on tools of mathematical work and signs considered both as vehicles of knowledge and support of their transformations. It also takes into account the relationships to the discourse in the articulation between signs and tools in mathematical activities. Within the theory of Mathematical Working Space (ThMWS), even if the topic related to the coordination of the geneses is very relevant, this theme pays particular attention to the role of discursive genesis compared to the other geneses (instrumental and semiotic ones). In this call for papers, several questions are proposed about the impact or effects of tools, signs, and discourse in mathematical work:

- Interactions and didactical situations. It is first necessary to explore the potential offered by technological environments and sign systems for evolving the mathematical work of students, for thinking of *milieu* (semiotic, technological and epistemological one), subject (student or teacher), or activity (interactions between students, teacher and milieu). As essential in the ThMWS, the questioning can concern how tools, sign systems, and discourse affect the construction and implementation of students' knowledge, and guide their mathematical work.
- Mutual control on signs, tools and discourse. We usually identify the dual role of discourse as means of expression (discursive function) and control on the representation, transformation and communication of knowledge (meta-discursive function). However, in learning Calculus and Geometry with the support of a technological tool, the interaction between the student and the milieu implies a coordination tool-sign that renews the traditional role of the discourse in the control of knowledge. Depending on the task to accomplish, questioning concerns the subject-milieu interactions in the different cases of discovery, modeling, or validation of a mathematical property.
- Fibrations. While the discursive genesis is often activated in order to control the semiotic and instrumental geneses, representation and control tools allow the development of knowledge during problem solving. In the interaction between the cognitive plane and the epistemological plane, it is possible to associate fibrations with the process of conceptualization, both for the formation of a mathematical conception and for its implementation. The study in terms of fibrations is carried out on students' processes of conceptualization and on the relationship between the working spaces (intra or extra mathematical modeling), starting from the coordination of the geneses.
- Proofs and reasoning. The notions of proof and reasoning are characterized in mathematics. Since the mathematical work is historically very rich, the new technological opportunities foster to rethink some references. Some questions concern the different kinds of demonstration (proof; material evidence, instrumented evidence, algorithmic proving, automated proving, etc.) and reasoning (deductive, inductive, abductive; dialectics, argumentation) which are involved during mathematics work, and more particularly at school.
- Conception of artifacts. Some didactical situations proposed at the interface of technological devices (LessonSketch in teacher education; QED-Tutrix to support the resolution of problems of proof), foster to consider the idea of interactions guiding the mathematical work from a new perspective. The use of mathematical machines or some software suggest problems that contribute to perform mathematical work. In this perspective, the design of artifacts can also include its users, with particular attention to the role of the geneses.

Some questions are formulated within the context of MWS model, but they can also be addressed and discussed within other methodological and theoretical frameworks.

### **Coordinators**

Michela MASCHIETTO (Italy), [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

Patricio HERBST (United States of America), Philippe R. RICHARD (Canada) and Fabienne VENANT (Canada)

### Bibliographie | Bibliografía | References

#### Actes de symposiums • Actas de simposios • Proceedings of symposia

- [ETM 3](#), 24-26 octobre 2012, Montréal, Canada.
- [ETM 4](#), 30 juin-04 juillet 2014, Madrid, Espagne.
- [ETM 5](#), 8-22 juillet 2016, Florina, Grèce.

#### Numéros spéciaux • Números especiales • Special issues

- Mathematical working spaces in schooling, *ZDM Mathematics Education*, vol. 48, n°6, octobre 2016.
- Génesis y desarrollo del trabajo matemático: el papel del profesor, el formador y las interacciones, *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA*, vol. 30, n°54, avril 2016.
- *RELIME*, 17(4-I et 4-II).

#### Sur le modèle des ETM • Sobre el modelo de los ETM • About the model of the MWS

- Kuzniak, A., Tanguay, D. & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction, *ZDM Mathematics Education*, 48(6), 721-737.
- Kuzniak, A. & Richard, P. R. (2014). Spaces for Mathematical Work. Viewpoints and perspectives, *RELIME*, 17(4-I), 17-28.
- Gómez-Chacón, I.M., Kuzniak, A., Vivier, L. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemático, *Bolema - Mathematics Education Bulletin* 30 (54), pp. 1-22.

#### Dates importantes

- Envoi d'un résumé de 3 pages avant le **31 mars 2018** au Comité Scientifique.
- Envoi de l'avis du Comité Scientifique avant le **31 mai 2018**.
- Envoi de la contribution avant le **31 août 2018**.
- Inscription au congrès : **septembre 2018**.
- Le Symposium se déroulera du **13 au 18 décembre 2018**.
- Retour des articles pour publication dans les actes avant le **1<sup>er</sup> mars 2019**.

#### Fechas importantes

- Envío de un resumen de 3 páginas al Comité Científico antes del **31 de marzo 2018**.
- Respuesta del Comité Científico antes del **31 de mayo de 2018**.
- Envío de la contribución antes del **31 de agosto de 2018**.
- Inscripción en el Simposio: **septiembre 2018**.
- Celebración del Simposio: del **13 al 18 de diciembre de 2018**.
- Entrega de los artículos definitivos para su publicación en las Actas antes del **1<sup>o</sup> de marzo de 2019**.

#### Important dates

- Submission of a three-pages abstract to the scientific committee before **March 31, 2018**.
- Notification of the review by the Scientific Committee before **May 31, 2018**.
- Submission of the entire contributions before **August 31, 2018**.
- Registration to the Symposium: **September 2018**.
- The Symposium will take place **from December 13 to December 18, 2018**.
- Submission of the papers for publication before **March 1, 2019**.