



Symposium/Symposium/Simposio



PONTIFICIA  
UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DE  
VALPARAÍSO

# Sixième Symposium sur le Travail Mathématique

Seconde annonce

# Sexto Simposio sobre el Trabajo Matemático

Segundo anuncio

# Sixth Symposium on Mathematical Work

Second call

**Dates :** Du 13 au 18 décembre 2018

**Lieu :** Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chili

**Langues du Symposium :** Anglais, Espagnol, Français

**Institution organisatrice :** Institut de Mathématiques, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

**Site Web :** <http://www.etm6.pucv.cl/>

**Fechas:** Del 13 al 18 de diciembre 2018

**Lugar:** Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile

**Idiomas del Simposio:** Español, Francés, Inglés

**Organización:** Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

**Sitio Web:** <http://www.etm6.pucv.cl/>

**Dates:** December 13 – 18, 2018

**Place:** Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chili

**Languages of the Symposium:** English, French, Spanish

**Organizing Institution:** Institute of Mathematics, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

**Website:** <http://www.etm6.pucv.cl/>

## Comité Scientifique • Comité Científico • Scientific Committee

### Responsables | Responsables | Coordinators

**Philippe R. RICHARD**

Université de Montréal, Canada – Co-Président du Comité Scientifique

**Laurent VIVIER**

Université Paris Diderot, France – Co-Président du Comité Scientifique

**Denis TANGUAY**

Université du Québec à Montréal, Canada – Responsable du Thème 1

**Michela MASCHIETTO**

Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italia – Responsable du Thème 2

**Inés M<sup>a</sup> GÓMEZ-CHACÓN**

Universidad Complutense de Madrid, España – Responsable du Thème 3

**Alain KUZNIAK**

Université Paris Diderot, France – Responsable du Thème 4

**Elizabeth MONTOYA DELGADILLO**

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile – Présidente du Comité d'Organisation

### Membres | Miembros | Members

**Nuria CLIMENT**, Universidad de Huelva, España

**Charlotte DEROUET**, Université de Strasbourg, France

**Jesús FLORES SALAZAR**, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

**Carolina HENRÍQUEZ**, Universidad de la Frontera, Chile

**Athanasios GAGATSIS**, University of Cyprus, Κύπρος

**Patricio HERBST**, University of Michigan, United States of America

**Assia NECHACHE**, Université de Paris-Est-Créteil, France

**Konstantinos NIKOLANTONAKIS**, Université de la Macédoine Ouest, Ελλάδα

**Asuman OKTAÇ**, CINVESTAV, México

**Manuel SANTOS TRIGO**, CINVESTAV, México

**Fabienne VENANT**, Université du Québec à Montréal, Canada

**Diana ZAKARYAN**, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile

## Organisation locale • Organización local • Organizing Committee

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Chile

**Elizabeth MONTOYA DELGADILLO** (Presidenta)

**Soledad ESTRELLA ROMERO**

**Manuel GOIZUETA**

**Jaime MENA LORCA**

**Romina MENARES ESPINOZA**

**Patricia VÁSQUEZ SALDIAS**

**Saúl COSMES ARAGÓN**

**Pedro VIDAL SZABO**

## Les thèmes du symposium

<b>Thème 1. Le travail mathématique et les Espaces de Travail Mathématique</b>	<b>Page 7</b>
Responsable : Denis TANGUAY	
<b>Thème 2. Spécificité des outils, des signes et du discours dans le travail mathématique</b>	<b>8</b>
Responsable : Michela MASCHIETTO	
<b>Thème 3. Genèse et développement du travail mathématique : rôle de l'enseignant, du formateur, du collectif et des interactions i</b>	<b>9</b>
Responsable : Inés M <sup>a</sup> GÓMEZ-CHACÓN	
<b>Thème 4. Place et usage des tâches dans le travail mathématique</b>	<b>10</b>
Responsable : Alain KUZNIAK	

## Los temas del simposio

<b>Tema 1. El trabajo matemático y los Espacios de Trabajo Matemático</b>	<b>Página 11</b>
Responsable: Denis TANGUAY	
<b>Tema 2. Especificidad de las herramientas y signos en el trabajo matemático</b>	<b>12</b>
Responsable: Michela MASCHIETTO	
<b>Tema 3. Génesis y desarrollo del trabajo matemático: el papel del profesor y las interacciones</b>	<b>13</b>
Responsable: Inés M <sup>a</sup> GÓMEZ-CHACÓN	
<b>Tema 4. Rol y uso de tareas en el trabajo matemático</b>	<b>14</b>
Responsable: Alain KUZNIAK	

## Topics of the Symposium

<b>Topic 1. The mathematical work and Mathematical Working Spaces</b>	<b>Page 15</b>
Responsibility: Denis TANGUAY	
<b>Topic 2. Specific tools and signs in the mathematical work</b>	<b>16</b>
Responsibility: Michela MASCHIETTO	
<b>Topic 3. Genesis and development of mathematical work: the role of teachers, of trainers and of interactions</b>	<b>17</b>
Responsibility: Inés M <sup>a</sup> GÓMEZ-CHACÓN	
<b>Topic 4. The role and use of tasks in mathematical work</b>	<b>18</b>
Responsibility: Alain KUZNIAK	

Bibliographie commune | Bibliografía común | Common references ..... p. 19

## Fonctionnement du Symposium

Les rencontres ETM sont des symposiums internationaux organisés sous forme de groupes de travail s'appuyant sur les communications des participants. La formule symposium encourage les échanges entre les participants et permet la constitution d'une communauté de chercheurs aux intérêts communs.

Le Symposium aura une durée de 5 jours et sera, comme les précédents, trilingue (anglais, espagnol, français). Les communications, orales et affichées, pourront se faire dans une de ces trois langues ; les présentations orales seront accompagnées d'un diaporama électronique qui devra être dans une des deux autres langues du symposium.

La rencontre sera organisée autour de quatre thèmes et chaque contribution devra s'insérer dans un des thèmes proposés. Le nombre de participants est limité à 25 par thème pour faciliter interactions et discussions. Chaque thématique du Symposium sera introduite par un exposé plénier, rappelant notamment les acquis des précédents symposiums.

## Funcionamiento del Simposio

Los encuentros de ETM son simposios internacionales organizados bajo la metodología de grupos de trabajo basados sobre las comunicaciones de los participantes. El formato Simposio favorece el intercambio de ideas y posibilita la constitución de una comunidad de investigadores con intereses comunes.

El Simposio tendrá una duración de 5 días y será trilingüe, como los anteriores (español, francés, inglés). Las comunicaciones orales y los pósteres podrán hacerse en uno de estos tres idiomas; las presentaciones orales estarán acompañadas por un diaporama electrónico que se formulará en uno de los dos otros idiomas del Simposio.

El encuentro se organizará en torno a cuatro temas y cada contribución deberá insertarse en unas de éstas. El número de participantes es limitado a unos 25 por tema para facilitar intercambios y debates. Cada temática del simposio se presentará en una sesión plenaria, recordando los logros que provienen de los anteriores Simposios.

## Organization of the Symposium

ETM meetings are international symposia organized into working groups, the work being based on the participants' contributions. The *Symposium* formula stimulates exchanges of ideas and enables the development of a scientific community with common interests.

The Symposium will be carried on during five days, in three languages (English, Spanish, French) as in the previous ETM meetings. Each oral communication and poster will be produced in one of these three languages; oral presentation will be supported by a slide show written in one of the other two languages.

The meeting will be organized around four main topics and each contribution should deal with one of these topics. The number of participants is limited to 25 by topic, in order to ensure greater interaction and discussions. Each topic of the symposium will be introduced by a plenary presentation recalling, in particular, the achievements of previous symposia.

## Appel à contribution

Les propositions de contributions, pour une communication orale ou un poster, seront acceptées par le Comité Scientifique sur la base d'un résumé court (trois pages) mentionnant explicitement un des quatre thèmes du symposium. Elle devra faire état d'une recherche et s'insérer dans au moins un des axes scientifiques du symposium.

Chaque proposition de contribution acceptée devra ensuite être complétée, dans le style CERME, sous forme d'article et soumise dans un des thèmes du symposium. Les articles ne dépasseront pas 12 pages pour une contribution orale et 3 pages pour un poster.

L'ensemble des contributions retenues fera l'objet d'une prépublication en ligne disponible lors du Symposium.

À l'issue de la rencontre, les contributions seront révisées par les auteurs en vue d'une publication dans un ouvrage ou dans une revue internationale.

## Convocatoria de contribuciones

Las propuestas de contribuciones, para una comunicación oral o un póster, serán aceptadas por el Comité Científico (CS) a partir de un resumen corto (tres páginas), mencionando explícitamente una de las cuatro temáticas del Simposio. Deberá dar cuenta de una investigación e insertarse en al menos un eje científico del Simposio.

Luego, cada contribución aceptada, deberá ser completada en un artículo, en el estilo de CERME, y sometido en uno de los temas del Simposio. Los artículos no deben sobrepasar las 12 páginas para una contribución oral y 3 páginas para un póster.

Todas las contribuciones seleccionadas se someterán a una pre-publicación disponible en línea durante el Simposio.

Después del Simposio, las contribuciones, serán revisadas por los autores para una publicación en un libro o revista internacional.

## Call for Papers and Proceedings

Oral communication or poster should be proposed first through a short summary (three pages), and should deal with an explicitly identified topic chosen among the four that are addressed by the Symposium. It should be based on an investigation and connected to at least one of the scientific axes of the symposium. The summaries will be evaluated by the Scientific Committee.

Each accepted proposal will then be completed, according to CERME templates, as an article and assigned to one of the four topics of the symposium. The length will not exceed 12 pages for an oral contribution, and 3 pages for a poster.

All accepted contributions will be pre-published online, to be available at the Symposium.

As a result of the meeting, the contributions will be revised by the authors so that they can be submitted for publication in a book or in an international journal.

Modèles CERME | Modelos CERME | CERME templates : <http://cerme10.org/guidelines/guidelines-for-authors/>

## Dates importantes

- Envoi d'un résumé de 3 pages avant le **31 mars 2018** au Comité Scientifique (voir [Contact](#) ↓).
- Envoi de l'avis du Comité Scientifique avant le **31 mai 2018**.
- Envoi de la contribution avant le **31 août 2018**.
- Inscription au congrès : **septembre 2018**.
- Le Symposium se déroulera du **13 au 18 décembre 2018**.
- Retour des articles pour publication dans les actes avant le **1<sup>er</sup> mars 2019**.

## Fechas importantes

- Envío de un resumen de 3 páginas al Comité Científico antes del **31 de marzo 2018** (ver [Contactos](#) ↓).
- Respuesta del Comité Científico antes del **31 de mayo de 2018**.
- Envío de la contribución antes del **31 de agosto de 2018**.
- Inscripción en el Simposio: **septiembre 2018**.
- Celebración del Simposio: del **13 al 18 de diciembre de 2018**.
- Entrega de los artículos definitivos para su publicación en las Actas antes del **1º de marzo de 2019**.

## Important dates

- Submission of a 3-pages abstract to the scientific committee before **March 31, 2018** (see [Contacts](#) ↓).
- Notification of the review by the Scientific Committee before **May 31, 2018**.
- Submission of the entire contributions before **August 31, 2018**.
- Registration to the Symposium: **September 2018**.
- The Symposium will take place **from December 13 to December 18, 2018**.
- Submission of the papers for publication before **March 1, 2019**.

## Contact • Contactos • Contacts

Elizabeth Montoya Delgadillo : [elizabeth.montoya@pucv.cl](mailto:elizabeth.montoya@pucv.cl)

Philippe R. Richard : [philippe.r.richard@umontreal.ca](mailto:philippe.r.richard@umontreal.ca)

Laurent Vivier : [laurent.vivier@univ-paris-diderot.fr](mailto:laurent.vivier@univ-paris-diderot.fr)

+ **Plus d'information sur le site du symposium :**

+ **Más información en el sitio del simposio:**

<http://www.etm6.pucv.cl>

+ **More information on the website:**

### Thème 1. Le travail mathématique et les espaces de travail mathématique

L'objet de ce thème est, d'une part, d'approfondir le modèle théorique et méthodologique défini par les Espaces de Travail Mathématique (ETM) et, d'autre part, de mieux comprendre comment ce modèle permet de décrire et analyser le travail mathématique. Les contributions pourront s'appuyer sur des études particulières, par exemple en parachevant les travaux relatifs à la géométrie, à l'analyse ou aux probabilités, ou encore en s'attachant à des domaines « en friche » comme l'algèbre, la cinématique, les mathématiques discrètes... Des réflexions menées à partir de thèmes transversaux — la preuve, la modélisation, l'exploration-expérimentation empirique en mathématiques... — peuvent aussi être envisagées.

Plusieurs aspects du modèle peuvent être approfondis dans les contributions au thème 1 :

- La question de l'interdépendance entre les trois genèses — sémiotique, instrumentale, discursive — nécessite de savoir comment décrire chacune et rendre compte de leur imbrication, notamment en faisant appel aux plans verticaux [Sém-Ins], [Sém-Dis], [Ins-Dis].
- Ces plans verticaux permettent de décrire la circulation à l'intérieur du modèle avec, dans Kuzniak et coll. (2016), une interprétation large et ouverte de ces plans et des mouvements ascendants et descendants, qui précisent certains aspects des genèses ; on peut également penser aux recours à des mouvements obliques dans le modèle.
- C'est en ce sens que la notion de « fibration » (interne) a été proposée pour mieux appréhender la circulation dans l'ETM et plus précisément, les changements d'activation des genèses et des plans verticaux, mais cette notion reste à préciser.
- Le mot « fibration » (externe) a aussi été avancé pour rendre compte des articulations entre différents ETM, quand les tâches mettent en jeu plusieurs domaines ou sous-domaines mathématiques, ou lorsqu'un changement de domaines apparaît au cours du travail mathématique.
- *La question des paradigmes* ; des études récentes ont permis d'identifier, respectivement en Analyse et en Probabilités, des paradigmes analogues aux désormais classiques GI-GII-GIII de la géométrie. Alors que chez Kuhn les paradigmes encadrent le travail d'une communauté scientifique constituée d'experts et d'étudiants, ceux qui sont invoqués dans les ETM s'inscrivent, sans y être restreints, dans un cadre scolaire, où différents paradigmes ne sont pas nécessairement en conflit et dont l'articulation est importante pour le travail mathématique. Peut-on mieux préciser les places relatives des domaines et sous-domaines, des théories et des paradigmes ? Par exemple, comment interpréter, par rapport au modèle et au travail mathématique, analyse standard et analyse non standard, géométrie d'Euclide et géométries non euclidiennes, géométries synthétique et analytique (en coordonnées), statistiques descriptives et inférentielles, etc. ?

On a pu également apprécier, dans les précédents symposiums, l'intérêt d'éclairer les études basées sur le modèle ETM par le recours conjoint à d'autres approches théoriques (APOS, théorie de l'activité, modèle MTSK, etc.). Toute contribution mettant en avant cet aspect méthodologique sera bienvenue.

#### Responsables

Denis TANGUAY (Canada), [tanguay.denis@uqam.ca](mailto:tanguay.denis@uqam.ca)

Jesús FLORES SALAZAR (Pérou), Elizabeth MONTOYA DELGADILLO (Chili), Asuman OKTAÇ (Mexique) et Laurent VIVIER (France)

## Thème 2. Spécificité des outils, des signes et du discours dans le travail mathématique

Dans la poursuite des symposiums précédents, le thème 2 se consacre à l'étude des outils du travail mathématique et des signes considérés à la fois comme véhicule des connaissances et support de leurs transformations, et à leurs rapports au discours dès qu'il s'agit d'articulation des signes et des outils dans l'activité mathématique. Au regard de la théorie des espaces de travail mathématique (ThETM), si l'approfondissement des questions relatives à la coordination des genèses retient déjà l'attention, la question plus particulière du rôle de la genèse discursive par rapport aux autres genèses (sémiotiques et instrumentales) devient ici plus visible. Pour les nouvelles contributions, nous retenons plusieurs interrogations sur l'incidence ou les effets des outils, des signes et du discours dans le travail mathématique :

- Interactions et situations didactiques. On peut d'abord explorer le potentiel offert conjointement par les environnements technologiques et les systèmes de signes pour faire évoluer le travail mathématique de l'élève, que ce soit en pensant *milieu* (sémiotique, technologique ou épistémologique), *sujet* (élève ou enseignant) ou *activité* (interactions entre l'élève, l'enseignant et le milieu). En tant qu'interactions essentielles dans la ThETM, l'interrogation peut alors étudier en quoi les outils, les systèmes de signes et le discours affectent la construction et la mise en œuvre des connaissances de l'élève, guidant son travail mathématique.
- Contrôle mutuel des signes, des outils et du discours. En tant qu'expression verbale de la pensée, on reconnaît habituellement au discours un double rôle de moyen d'expression (fonction discursive) et de contrôle sur la représentation, la transformation et la communication des connaissances (fonction métadiscursive). Cependant, pour l'apprentissage en analyse ou en géométrie, par exemple, à l'aide d'un dispositif technologique, on sait que l'interaction entre l'élève et le milieu implique une coordination signe-outil qui renouvelle le rôle traditionnel du discours dans le contrôle des connaissances. Selon la tâche à accomplir, l'interrogation peut alors porter sur des interactions sujet-milieu finalisées, que ce soit pour découvrir, modéliser ou valider une propriété mathématique.
- Fibrations. Alors que la genèse discursive s'active souvent pour le contrôle des genèses sémiotiques et instrumentales, on sait que ce sont les rôles d'outil (moyens de type opératoire), de représentation et de contrôle qui permettent le développement des connaissances au cours de la résolution de problèmes. Ainsi, dans l'interaction entre le plan cognitif et le plan épistémologique, il est possible d'associer les fibrations au processus de conceptualisation, que ce soit pour la formation d'une conception mathématique ou pour sa mise en œuvre. L'interrogation en matière de fibration porte aussi bien sur le processus de conceptualisation chez l'élève que sur les liens entre les espaces de travail (modélisation intra ou extra mathématique), en commençant par la coordination des genèses.
- Preuves et raisonnements. Lorsqu'il s'agit de mathématique, les notions de preuve et de raisonnement sont déjà très connotées. Pourtant, le travail mathématique est historiquement très riche, et les nouvelles possibilités technologiques invitent à repenser la définition même des référentiels. L'interrogation ici porte sur les types de preuves (démonstration ; preuves matérielles, instrumentées, algorithmiques, automatisées, etc.) et de raisonnements (déductif, inductifs, abductif ; dialectique, argumentation) qui interviennent au cours du travail mathématique, et plus particulièrement à l'école.
- Conception d'artefacts. Du point de vue de l'utilisateur, les machines mathématiques ou les logiciels formulent chacun dans leur logique des problèmes qui sont susceptibles de contribuer à la réalisation du travail mathématique. En outre, certaines situations didactiques scénarisées à l'interface de dispositifs informatiques (LessonSketch en formation des enseignants ; QED-Tutrix pour soutenir la résolution de problèmes de preuve) renouvellent l'idée même d'interactions qui peuvent orienter le travail mathématique. Or, la conception d'artefacts peut également intégrer les utilisateurs, et ce très tôt dans le processus de conception, en s'interrogeant sur le rôle des genèses dans une perspective de travail mathématique.

Certaines questions sont formulées dans le modèle des ETM, mais elles peuvent naturellement être reformulées et traitées dans d'autres perspectives théoriques.

### Responsables

Michela MASCHIETTO (Italie), [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

Patricio HERBST (États-Unis d'Amérique), Philippe R. RICHARD (Canada) et Fabienne VENANT (Canada)



### **Thème 3. Genèse et développement du travail mathématique : rôle de l'enseignant, du formateur, du collectif et des interactions**

Ce troisième thème est centré sur l'avancement de la réflexion sur le rôle des enseignants et des interactions dans la création d'un espace de travail mathématique idoine efficace. Cette réflexion a été initiée au symposium ETM4 et développée au symposium ETM5. La conception et la mise en œuvre des ETM idoines sont de la responsabilité du professeur. Quels sont les choix didactiques faits par le professeur dans la conception des ETM idoines ? La mise en œuvre effective de ces ETM idoines dans les classes nécessite d'établir des interactions entre les élèves et le professeur afin de développer le travail mathématique. Ces interactions peuvent se produire lors des phases collectives, ou pendant le travail en groupe. Comment ces interactions se produisent-elles ? Comment le professeur gère-t-il ces interactions ? L'analyse des interactions produites lors de la mise en œuvre des ETM idoines dans les classes devient nécessaire pour comprendre la manière dont le travail mathématique s'élabore. Cette analyse est effectuée du point de vue holistique qui prend en compte différentes dimensions interdépendantes (cognitives, didactiques, techniques, affectives, culturelles) (voir les actes du Symposium ETM4).

Pour concevoir et mettre en œuvre les ETM idoines, le professeur doit s'appuyer sur les ETM de références proposées par l'institution à laquelle il est assujéti. Or, pour concevoir et mettre en œuvre les ETM idoines, le professeur s'appuie également sur ses connaissances. Plusieurs questions peuvent être posées à ce sujet : comment identifier les connaissances sur lesquelles le professeur s'appuie pour mettre en œuvre les ETM idoines ? Ces connaissances permettent-elles au professeur de concevoir des ETM idoines cohérent et efficace ?

Dans ce thème, des recherches sur la façon de décrire les interactions professeur-élève dans la mise en œuvre d'ETM idoines peuvent être proposées. Le processus d'interaction entre les connaissances des enseignants et les différents domaines mathématiques dans la conception et la mise en œuvre des ETM idoines et le contexte de la formation des professeurs seront discutés dans ce thème.

Du point de vue de la formation des enseignants, le rôle des connaissances et de l'épistémologie personnelles (croyances, émotions ...) des professeurs dans le développement de l'ETM idoine et la manière dont le modèle ETM pourrait être utile dans la formation des professeurs est considéré. Des questions posées dans les conclusions du Symposium ETM4 et de l'ETM5 sont : est-il possible d'avancer dans un modèle de formation des enseignants ? Est-il possible de conceptualiser la formation des enseignants du point de vue de l'ETM ? Comment pourrions-nous approfondir l'étude des relations entre les enseignants de mathématiques et le modèle ETM ? Quelle est la spécificité d'être un professeur, un formateur d'enseignants ou un étudiant par rapport à la connaissance spécialisée des formateurs d'enseignants de mathématiques et au modèle ETM ?

Certaines questions sont formulées dans le modèle des ETM, mais elles peuvent naturellement être reformulées et traitées dans d'autres perspectives théoriques.

#### **Responsables**

Inés M. GÓMEZ-CHACÓN (Espagne), [igomezchacon@mat.ucm.es](mailto:igomezchacon@mat.ucm.es)

Nuria CLIMENT (Espagne), Assia NECHACHE (France), Konstantinos NIKOLANTONAKIS (Grèce) et Diana ZAKARYAN (Chili)

#### Thème 4. Place et usage des tâches dans le travail mathématique

Dans ce groupe de travail, nous souhaitons aborder la question de la place et du rôle des tâches dans la construction du travail mathématique personnel produit dans les classes par des élèves et des étudiants avec le soutien de leur professeur. Cette problématique générale sera abordée à partir de questions particulières dont certaines sont formulées dans le modèle des ETM mais elles peuvent naturellement être reformulées et traitées dans d'autres perspectives théoriques.

- Sur l'emploi des *tâches mathématiques* dans diverses perspectives de recherche (y compris la résolution de problèmes). Plusieurs publications récentes ont été consacrées à la conception d'une tâche mathématique et la définition précise de ses buts. Elles ont aussi étudié les objectifs et les choix effectués par les enseignants lors de la mise en œuvre ainsi que les activités des étudiants. Ces recherches se sont aussi intéressées aux outils utilisés pour représenter, explorer et résoudre la tâche, et sur les moyens d'évaluer les étudiants.
  - o Qu'apportent ces développements récents sur la manière dont les tâches mathématiques sont conçues et utilisées dans le modèle des ETM ?
  - o Dans quelle mesure les principes sur la conception et la mise en œuvre des tâches dans d'autres perspectives sont-ils compatibles avec ceux associés au modèle des ETM ?
- Sur l'élaboration des tâches en relation avec le travail mathématique visé. Les tâches sont essentielles pour déterminer les manières de faire des étudiants et, au-delà, façonner leur travail mathématique.
  - o Quels sont les outils et méthodes spécifiques qui permettent de rendre compte du travail de conception et d'adaptation des tâches à un travail mathématique spécifique, dans le modèle des ETM ou dans d'autres modèles comme ceux de la théorie de l'activité, des affects, de la résolution de problèmes... ?
  - o Quelles sont les caractéristiques essentielles et les principes de la conception de tâches mathématiques ?
- Sur le travail mathématique effectif des élèves. Inversement, l'observation des activités des individus s'exerçant aux mathématiques participe de la définition, de l'évolution et de l'adaptation des tâches qui leur sont données dans un contexte scolaire.
  - o Comment l'enseignant prend-il en compte les activités de ses élèves pour modifier, adapter les tâches données ?
  - o Du point de vue de la recherche, comment rendre compte du travail mathématique personnel à partir d'observations ou d'expérimentations souvent partielles et locales ?
- Sur la place déterminante de certaines tâches particulières. La recherche en didactique des mathématiques a mis en évidence des tâches particulières qui sont déterminantes dans l'élaboration d'un travail mathématique cohérent : tâches emblématiques, situations fondamentales, série de problèmes...
  - o Comment reconnaître et développer ces tâches particulières ?
  - o Quel plan d'étude développer pour leur expérimentation ?
- Sur le travail collaboratif dans la résolution des tâches. La complexité des tâches mises en place et aussi la diversité des connaissances des élèves ont conduit à privilégier le travail en groupes collaboratifs de deux ou trois élèves.
  - o Comment les différents cadres théoriques prennent-ils en compte cette composante sociale dans l'élaboration du travail personnel ?
  - o Ainsi, dans le modèle des ETM, comment s'organise l'ETM idoine de la classe et quel est l'impact de ces types d'organisation sur la construction des ETM personnels des élèves et des étudiants ?
- Sur les tâches de modélisation. De plus en plus, les mathématiques fondent leur légitimité scolaire sur une étroite interaction avec des problématiques et des technologies issues du monde réel. De ce fait, les tâches de modélisation ont pris une place croissante et leur mise en œuvre en classe questionne la nature des mathématiques visées.
  - o Comment penser et étudier ces tâches de modélisation dans le cadre d'un enseignement des mathématiques pour arriver à un équilibre satisfaisant entre activités mathématiques et activités non mathématiques ?

#### Responsables

Alain KUZNIAK (France), [alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr](mailto:alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr)

Charlotte DEROUET (France), Athanasios GAGATSIS (Chypre), Carolina HENRÍQUEZ (Chili) et Manuel SANTOS TRIGO (Mexique)

### Tema 1 - Trabajo matemático y espacios de trabajo matemático

El objetivo de este tema es, por un lado, profundizar en el modelo teórico y metodológico definido por los Espacios de Trabajo Matemáticos (ETM) y, por otro lado, comprender mejor cómo este modelo permite describir y analizar el trabajo matemático. Las contribuciones pueden basarse en estudios de casos específicos, por ejemplo, completando el trabajo relacionado con la geometría, el análisis o las probabilidades, o enviando estudios en áreas "inexploradas" como el Álgebra, Cinemática, matemáticas discretas... También se pueden proponer reflexiones sobre temas transversales como la prueba, la modelización, y exploración/experimentación empírica en matemáticas, etc.

Varios aspectos del modelo pueden profundizarse en las contribuciones al tema 1:

- La cuestión de la interdependencia entre las tres génesis — semiótica, instrumental, discursiva — requiere saber cómo describir cada una y dar cuenta de la imbricación, especialmente cuando se recurre a los planos verticales [Sem-Ins], [Sem-Dis] [Ins-Dis].
- Los planos verticales permiten describir la circulación al interior del modelo, de acuerdo con Kuzniak et al. (2016), desde una interpretación amplia y abierta de estos planos y movimientos ascendentes y descendentes, precisando ciertos aspectos de las tres génesis; también podemos pensar en el uso de movimientos oblicuos en el modelo.
- En este sentido, se ha propuesto la noción de "fibración" (interna) para comprender mejor la circulación en el ETM y más precisamente, los cambios de activación de las génesis y planos verticales, pero falta precisar esta noción.
- La palabra "fibración" (externa) también se ha presentado para explicar la articulación entre diferentes ETM, cuando las tareas involucran múltiples dominios o subdominios matemáticos, o cuando ocurre un cambio de dominio en el trabajo matemático.
- La cuestión de los paradigmas; estudios recientes han permitido identificar, respectivamente en Análisis y Probabilidad, paradigmas análogos a los clásicos GI-GII-GIII de la Geometría. Mientras que los paradigmas de Kuhn se enmarcan en el trabajo de una comunidad científica constituida por expertos y estudiantes, los paradigmas a los que se hace referencia en los ETM están más relacionados con contextos educativos. En tales contextos, los distintos paradigmas no necesariamente entran en conflicto, y su articulación es importante para el trabajo matemático. ¿Es posible especificar mejor el lugar relativo de los dominios y subdominios, de las teorías y de los paradigmas? Por ejemplo, ¿cómo interpretar, en relación al modelo y al trabajo matemático, análisis estándar y no estándar, geometría euclidiana y no euclidiana, geometría sintética y analítica (coordenadas), estadística descriptiva e inferencial, etc.?

En simposios anteriores, también se apreció el interés de esclarecer estudios basados en el modelo ETM mediante uso de otros enfoques teóricos (APOS, teoría de la Actividad, modelo MTSK, etc.). Toda contribución que considere estos aspectos metodológicos será bienvenida.

#### Responsables

Denis TANGUAY (Canadá), [tanguay.denis@uqam.ca](mailto:tanguay.denis@uqam.ca)

Jesús FLORES SALAZAR (Perú), Elizabeth MONTOYA DELGADILLO (Chile), Asuman OKTAÇ (México) y Laurent VIVIER (Francia)

## Tema 2. Especificidad de las herramientas, los signos y el discurso en el trabajo matemático

En continuidad con los simposios anteriores, el tema 2 está dedicado al estudio de las herramientas del trabajo matemático y los signos considerados tanto como un vehículo de conocimientos como de apoyo para sus transformaciones, y a sus relaciones con el discurso tan pronto como se trate de la articulación de signos y herramientas en la actividad matemática. Teniendo en cuenta la teoría de los espacios de trabajo matemático (ThETM), si la profundización de las cuestiones relacionadas con la coordinación de las génesis llama la atención, la cuestión más específica del papel de la génesis discursiva en relación con otras génesis (semiótica e instrumental) se vuelve más visible aquí. Para las nuevas contribuciones, destacamos varias preguntas sobre el impacto o los efectos de las herramientas, los signos y el discurso en el trabajo matemático:

- Interacciones y situaciones didácticas. Primero podemos explorar el potencial ofrecido conjuntamente por los entornos tecnológicos y los sistemas de signos para hacer evolucionar el trabajo matemático del estudiante, ya sea pensando en el *medio* (semiótico, tecnológico o epistemológico), en el *sujeto* (alumno o docente), o en la *actividad* (interacciones entre el alumno, el docente y el medio). Como interacciones claves en la ThETM, la interrogación puede explorar cómo las herramientas, los sistemas de signos y el discurso afectan la construcción e implementación del conocimiento del alumno, guiando su trabajo matemático.
- Control mutuo de signos, herramientas y discurso. Como expresión verbal del pensamiento, el discurso suele reconocerse como un modo de expresión (función discursiva) y de control sobre la representación, la transformación y la comunicación de los conocimientos (función metadiscursiva). Sin embargo, en el aprendizaje del análisis o de la geometría, por ejemplo, mediante un dispositivo tecnológico, se sabe que la interacción entre el alumno y el medio implica una coordinación signo-herramienta que renueva la función tradicional del discurso en el control de los conocimientos. Dependiendo de la tarea en cuestión, la interrogación puede enfocarse en interacciones sujeto-medio finalizadas, ya sea para descubrir, modelizar, o validar una propiedad matemática.
- Fibraciones. Si bien la génesis discursiva se activa a menudo para el control de las génesis semiótica e instrumental, las herramientas de representación y control permiten el desarrollo de conocimiento durante la resolución de problemas. Por lo tanto, en la interacción entre el plano cognitivo y el plano epistemológico, es posible asociar las fibraciones con el proceso de conceptualización, ya sea para la formación de una concepción matemática o para su implementación. La cuestión de fibración se refiere tanto al proceso de conceptualización en el alumno como a los vínculos entre los espacios de trabajo (modelización intra o extra matemática), empezando por la coordinación de las génesis.
- Pruebas y razonamiento. Cuando se trata de matemáticas, las nociones de prueba y razonamiento están connotadas desde un principio. Sin embargo, el trabajo matemático es históricamente muy rico, y las nuevas posibilidades tecnológicas invitan a repensar la definición misma de marcos de referencia. La pregunta aquí se refiere a los tipos de pruebas (demostración, pruebas materiales, instrumentadas, algorítmicas, automatizadas, etc.) y de razonamiento (deductivo, inductivo, abductivo; dialéctica, argumentación) que participan en el trabajo matemático, especialmente en la escuela.
- Diseño de artefactos. Desde el punto de vista del usuario, las máquinas matemáticas o los software formulan, cada uno en su lógica, problemas que pueden contribuir a la realización del trabajo matemático. Además, algunas situaciones didácticas con guiones implementados en dispositivos informáticos (LessonSketch en la formación de docentes, QED-Tutrix para apoyar la resolución de problemas de prueba) renuevan la mismísima idea de las interacciones que pueden guiar el trabajo matemático. Sin embargo, el diseño de artefactos puede integrar también a los usuarios, de forma muy temprana en el proceso de diseño, al interrogar el papel de la génesis en una perspectiva de trabajo matemático.

Algunas cuestiones se formulan en el modelo de los ETM, pero pueden ser reformuladas y tratarse en otros marcos metodológicos y teóricos.

### Responsables

Michela MASCHIETTO (Italia), [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

Patricio HERBST (Estados Unidos de América), Philippe R. RICHARD (Canadá) y Fabienne VENANT (Canadá)

### **Tema 3. Génesis y desarrollo del trabajo matemático: el papel del profesor, el formador, el colectivo y las interacciones**

Este tercer tema se centra en avanzar en la reflexión sobre el rol de los docentes y las interacciones en la creación de un espacio de trabajo matemático idóneo y eficiente, ya iniciada en el Simposium ETM4 y desarrollado en el Simposium ETM5. El diseño y la implementación de los ETM idóneos son responsabilidad del profesor. ¿Qué elecciones didácticas hace el docente al diseñar el ETM idóneo? La implementación efectiva de estos ETM idóneos en el aula requiere de la interacción entre los estudiantes y el profesor para desarrollar el trabajo matemático. Estas interacciones pueden darse durante las fases colectivas o durante el trabajo grupal. ¿Cómo ocurren estas interacciones? ¿Cómo gestiona el profesor las interacciones? El análisis de las interacciones que se producen durante la implementación de los ETM idóneos en las clases es necesario para comprender la forma en que se elabora el trabajo matemático. Este análisis se lleva a cabo desde un punto de vista holístico que toma en cuenta diferentes dimensiones interdependientes (cognitiva, educativa, técnica, afectiva, cultural) (ver actas ETM4).

Para diseñar e implementar los ETM idóneos, el profesor debe confiar en los ETM de referencia, propuestos por la institución de pertenencia. Sin embargo, al diseñar e implementar estos ETM idóneos, se pone en juego el conocimiento del profesor como un elemento clave. Surgen varias cuestiones al respecto: ¿Cómo identificar el conocimiento necesario para implementar un ETM idóneo? ¿Este conocimiento le permite al profesor diseñar ETM idóneos que sean consistentes y a la vez efectivos?

En este tema, se pueden proponer investigaciones sobre cómo describir las interacciones profesor-alumno en la implementación de ETM idóneos. Se tendrá como centro el proceso de interacción entre el conocimiento de los docentes y los diferentes campos del trabajo matemático en el diseño e implementación de ETM idóneos y el contexto de la formación docente.

En relación a la formación docente se considera el rol del conocimiento y de la epistemología personal (creencias, emociones ...) de los docentes en el desarrollo del ETM idóneo y cómo el modelo ETM podría ser útil en la formación docente. Así se plantea seguir profundizando en cuestiones a avanzar formuladas en las conclusiones de los Simposium ETM4 y ETM5: ¿es posible avanzar en un modelo para la formación de profesores? ¿Es posible conceptualizar la formación docente desde la perspectiva de ETM? ¿Cómo podríamos profundizar en el estudio de las relaciones entre los profesores de matemáticas y el modelo ETM? ¿Qué especificidad aporta el ser profesor de pregrado, profesor, formador de docentes o alumno al conocimiento especializado del formador de profesores de matemáticas y al modelo de ETM?

Algunas cuestiones se formulan en el modelo de los ETM, pero pueden ser reformuladas y tratarse en otros marcos metodológicos y teóricos.

#### **Responsables**

Inés M. GÓMEZ-CHACÓN (España), [igomezchacon@mat.ucm.es](mailto:igomezchacon@mat.ucm.es)

Nuria CLIMENT (España), Assia NECHACHE (Francia), Konstantinos NIKOLANTONAKIS (Grecia) y Diana ZAKARYAN (Chile)

#### Tema 4. Rol y uso de tareas en el trabajo matemático

El propósito principal de este grupo de trabajo es analizar y discutir temas en cuanto al papel de las tareas en la construcción del trabajo matemático personal de los estudiantes en el aula con el apoyo de su profesor. Esta problemática general será abordada a partir de preguntas particulares, algunas de las cuales se formulan en el modelo de los ETM; sin embargo, estas también pueden reformularse y tratarse en otros marcos metodológicos y teóricos.

- Sobre el empleo de *tareas matemáticas* en las diversas perspectivas de investigación (incluida la resolución de problemas). Varias publicaciones recientes han abordado lo que significa y la importancia del uso de las tareas matemáticas en la enseñanza y construcción de conocimiento matemático de los estudiantes. Distintas perspectivas teóricas analizan el diseño y propósitos de las tareas, las rutas de su implementación, las actividades y herramientas que usan los estudiantes y las formas de evaluar su trabajo.
  - ¿Que aportan los desarrollos recientes sobre la forma en que las tareas matemáticas se diseñan y utilizan en el modelo de los ETM?
  - ¿En qué medida los principios sobre el diseño y la ejecución de tareas en otras perspectivas son compatibles con los asociados al modelo de los ETM?
- Sobre la elaboración de las tareas relacionadas con el trabajo matemático esperado. Las tareas son esenciales para guiar u orientar el trabajo estudiantil y, más allá de eso, incluyen y dan forma a su trabajo matemático.
  - ¿Cuáles son las herramientas y los métodos específicos que permiten dar cuenta del trabajo de diseño y adaptación de las tareas en un trabajo matemático particular, en el modelo de los ETM o en otros marcos (en complementariedad), como la teoría de la actividad, los afectos, la resolución de problemas...?
  - ¿Cuáles son las características esenciales y los principios de diseño de tareas matemáticas?
- Sobre el trabajo matemático efectivo de los alumnos. La observación y análisis de las actividades de la clase y los acercamientos individuales en la resolución de problemas proporciona bases para examinar y caracterizar a las tareas, su evolución y adaptación en un contexto escolar.
  - ¿Cómo el profesor toma en cuenta las actividades de sus alumnos para modificar y adaptar las tareas dadas?
  - Por otra parte, desde el punto de la investigación, ¿cómo dar cuenta del trabajo matemático personal a partir de observaciones o de experimentaciones usualmente parciales y locales?
- Sobre el rol determinante de ciertas tareas particulares. La investigación en didáctica de las matemáticas pone en evidencia las tareas particulares que son determinantes en la elaboración de un trabajo matemático coherente: tareas emblemáticas, situaciones fundamentales, secuencia de problemas.
  - ¿Cómo reconocer y desarrollar estas tareas particulares?
  - ¿Cuál es el posible plan o qué ruta diseñar para su experimentación?
  - ¿Qué medios y herramientas son importantes para su implementación?
- Sobre el trabajo colaborativo en la resolución de tareas. La complejidad de las tareas puestas en juego y, también, la diversidad de los conocimientos de los alumnos llevan a que el maestro privilegie el trabajo en grupos colaborativos de dos o tres alumnos.
  - ¿Cómo los diferentes marcos teóricos toman en cuenta esta componente social en la elaboración del trabajo personal?
  - Así, en el modelo de los ETM, ¿cómo se organiza el ETM idóneo de la clase y cuál es el impacto de estos tipos de organización sobre la construcción del ETM personal de los estudiantes?
- Sobre las tareas de modelización. Cada vez más, las matemáticas basan su legitimidad escolar sobre una interacción cercana con problemáticas y tecnologías que surgen del mundo real. Como resultado, las tareas de modelización han tomado un rol más importante y su implementación en clase cuestiona la naturaleza de las matemáticas involucradas.
  - ¿Cómo pensar y estudiar estas tareas de modelización en el marco de una enseñanza de las matemáticas para llegar a un equilibrio entre actividades matemáticas y actividades no matemáticas?

#### Responsables

Alain KUZNIAK (Francia), [alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr](mailto:alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr)

Charlotte DEROUET (Francia), Athanasios GAGATSIS (Chipre), Carolina HENRÍQUEZ (Chile) y Manuel SANTOS TRIGO (México)

**Topic 1. The mathematical work and mathematical working spaces**

The purpose of Topic 1 is, on the one hand, to delve deeper into the theoretical and methodological model defined by Mathematical Working Spaces (MWS) and on the other hand, to reach a better understanding of how this model enables one to describe and analyze mathematical work. The contributions may be based on specific case studies, for instance by completing the previous studies devoted to geometry, analysis or probabilities, or by submitting studies that pertain to ‘unexplored’ fields such as Algebra, Kinematics, discrete mathematics... They may also propose reflections about ‘transversal’ themes, such as proof and proving, modelling, empirical exploration/experimentation in mathematics, etc.

In these contributions, several aspects of the model may thus be deepened:

- The issue of the mutual dependence between the three geneses — semiotic, instrumental, discursive — requires knowing how to describe each of the three and to account for their interweaving, especially by calling upon the vertical planes [Sem-Ins], [Sem-Dis], [Ins-Dis].
- These vertical planes allow one to account for the circulation inside the model with, according to Kuzniak et al. (2016), a wide and open interpretation of the planes and of the upward and downward movements specifying some features of the geneses; but one may also consider resorting to diagonal movements in the model.
- In this sense, the notion of (internal) ‘fibration’ has been proposed to better comprehend the circulation inside the MWS and more precisely, the changes prompted by the activation of the geneses and the movements into or between the vertical planes; but this notion of fibration still has to be made more precise.
- The word (external) ‘fibration’ has also been brought forward to account for the articulation between different MWSs, when the tasks involve several mathematical fields or subfields, or when a change of fields occurs in the course of the mathematical work.
- *The issue of paradigms*; some recent studies identified, respectively in Analysis and in Probability, paradigms that are analogous to the now classical GI-GII-GII in Geometry. While in Kuhn’s writing, paradigms frame the work of a scientific community made up of experts and students, paradigms that are referred to in MWSs are more related to educational contexts, although not strictly limited to them. In such contexts distinct paradigms do not necessarily conflict, and their articulation is important regarding the mathematical work. Is it possible to better specify the relative place of fields and subfields, of theories and of paradigms? For instance, how to interpret, with respect to the model and the mathematical work, standard and non-standard analyses, Euclidean and Non-Euclidean Geometries, synthetic and analytical (in coordinates) geometries, descriptive and inferential statistics, etc.?

The previous symposia arouse interest about shedding light on studies based on the MWS model by means of bringing in other theoretical approaches: APOS, activity theory, MTSK model, etc. Any contribution featuring this methodological aspect will be welcome.

**Coordinators**

Denis TANGUAY (Canada), [tanguay.denis@uqam.ca](mailto:tanguay.denis@uqam.ca)

Jesús FLORES SALAZAR (Peru), Elizabeth MONTOYA DELGADILLO (Chile), Asuman OKTAÇ (Mexico) and Laurent VIVIER (France)

## **Theme 2. Specific tools, signs and discourse in the mathematical work**

In continuity with previous symposia, this theme focuses on tools of mathematical work and signs considered both as vehicles of knowledge and support of their transformations. It also takes into account the relationships to the discourse in the articulation between signs and tools in mathematical activities. Within the theory of Mathematical Working Space (ThMWS), even if the topic related to the coordination of the geneses is very relevant, this theme pays particular attention to the role of discursive genesis compared to the other geneses (instrumental and semiotic ones). In this call for papers, several questions are proposed about the impact or effects of tools, signs, and discourse in mathematical work:

- Interactions and didactical situations. It is first necessary to explore the potential offered by technological environments and sign systems for evolving the mathematical work of students, for thinking of *milieu* (semiotic, technological and epistemological one), subject (student or teacher), or activity (interactions between students, teacher and milieu). As essential in the ThMWS, the questioning can concern how tools, sign systems, and discourse affect the construction and implementation of students' knowledge, and guide their mathematical work.
- Mutual control on signs, tools and discourse. We usually identify the dual role of discourse as means of expression (discursive function) and control on the representation, transformation and communication of knowledge (meta-discursive function). However, in learning Calculus and Geometry with the support of a technological tool, the interaction between the student and the milieu implies a coordination tool-sign that renews the traditional role of the discourse in the control of knowledge. Depending on the task to accomplish, questioning concerns the subject-milieu interactions in the different cases of discovery, modeling, or validation of a mathematical property.
- Fibrations. While the discursive genesis is often activated in order to control the semiotic and instrumental geneses, representation and control tools allow the development of knowledge during problem solving. In the interaction between the cognitive plane and the epistemological plane, it is possible to associate fibrations with the process of conceptualization, both for the formation of a mathematical conception and for its implementation. The study in terms of fibrations is carried out on students' processes of conceptualization and on the relationship between the working spaces (intra or extra mathematical modeling), starting from the coordination of the geneses.
- Proofs and reasoning. The notions of proof and reasoning are characterized in mathematics. Since the mathematical work is historically very rich, the new technological opportunities foster to rethink some references. Some questions concern the different kinds of demonstration (proof; material evidence, instrumented evidence, algorithmic proving, automated proving, etc.) and reasoning (deductive, inductive, abductive; dialectics, argumentation) which are involved during mathematics work, and more particularly at school.
- Conception of artifacts. Some didactical situations proposed at the interface of technological devices (LessonSketch in teacher education; QED-Tutrix to support the resolution of problems of proof), foster to consider the idea of interactions guiding the mathematical work from a new perspective. The use of mathematical machines or some software suggest problems that contribute to perform mathematical work. In this perspective, the design of artifacts can also include its users, with particular attention to the role of the geneses.

Some questions are formulated within the context of MWS model, but they can also be addressed and discussed within other methodological and theoretical frameworks.

### **Coordinators**

Michela MASCHIETTO (Italy), [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

Patricio HERBST (United States of America), Philippe R. RICHARD (Canada) and Fabienne VENANT (Canada)



**Topic 3. Genesis and development of mathematical work: the role of teachers, of trainers, of collective and of interactions**

In this topic we will advance on the reflection of the teacher's role and the interactions when forming a consistent and also efficient MWS, already initiated in the Symposium ETM4 and developed in the Symposium ETM5. The design and implementation of the suitable MWS are in the responsibility of the teacher. What are the didactic choices made by the teacher in designing the suitable MWS? The implementation of these suitable MWS in the classroom requires interactions between students and teachers to develop the mathematical work. These interactions can occur during collective phases, or during group work. How do these interactions occur? How does the teacher manage her interactions? The analysis of the interactions produced during the implementation of the suitable MWS in the classes becomes necessary for understanding the development of mathematical work. This analysis is carried out from a holistic viewpoint that takes into account different interdependent dimensions (cognitive, educational, technical, affective, cultural) (see proceedings ETM4).

To implement the suitable MWS, the teacher must rely on the reference MWS proposed by the institution at which he is working. However, when designing and implementing these suitable MWS, the teacher also relies on her knowledge. How to identify the knowledge that the teacher relies on in order to implement a suitable MWS? Does this knowledge enable the teacher to design coherent MWSs that are consistent and effective?

In this theme, studies on how to describe teacher-student interactions in the implementation of the suitable MWS can be proposed. In this theme we will also focus on the process of interaction between teachers' knowledge and the different fields of mathematical work in the design and implementation of the suitable MWSs but also in the context of teacher training.

In relation to teacher training, the role of teachers' knowledge and personal epistemology (beliefs, emotions ...) of teachers in the development of the suitable MWS and how the MWS model could be useful in teacher training are considered. Thus, questions to be formulated in the conclusions of the Symposium ETM4 and ETM5 are posed: is it possible to advance in a model for teachers and teacher trainers? Is it possible to conceptualize teacher training from the perspective of MWS? How could we deepen the study of the relationships between mathematics teachers and the MWS model? What is the specificity of being an undergraduate instructor, teacher, teacher educator or student with respect to mathematics teachers' trainer's specialized knowledge and the MWS model?

Some questions are formulated within the context of MWS model, but they can also be addressed and discussed within other methodological and theoretical frameworks.

**Coordinators**

Inés M. GÓMEZ-CHACÓN (Spain), [igomezchacon@mat.ucm.es](mailto:igomezchacon@mat.ucm.es)

Nuria CLIMENT (Spain), Assia NECHACHE (France), Konstantinos NIKOLANTONAKIS (Greece) and Diana ZAKARYAN (Chile)

#### Topic 4. The role and use of tasks in mathematical work

The main purpose of this working group is to analyze and discuss themes and issues regarding the role played by tasks and their use in the construction of students' personal mathematical work in classrooms with the support of their teachers. This general issue will be tackled through specific questions some of which are formulated within the context of MWS model, but they can also be addressed and discussed within others methodological and theoretical frameworks.

- On the use of the term or construct *mathematical task* in various research perspectives (including problem solving). Several publications have recently addressed what a mathematical task might involve regarding the teachers' goal and chosen route during its implementation, as well as the students' activities while working on it. Researchers in mathematics education have been also concerned by the tools used to represent, explore, and work on the task, and ways to assess the students' task performances.
  - What do recent developments in the design and task implementation inform on the way that tasks are designed and used within the MWS models?
  - To what extent are the principles that support the design and implementation of tasks in other perspectives consistent with those associated with a MWS model?
- On the development of the tasks in relation to the mathematical work aimed at. The tasks that students are asked to perform are essential to determine their activities and shape their personal mathematical work.
  - What are the specific tools and methods that can be used in designing and tuning the tasks to foster a specific mathematical work in students, in the MWS model or in other theoretical frameworks such as activity theory, affects, problem solving ...?
  - What are the essential features and principles of mathematical task design?
- On actual mathematical work of students. Observing the activities and the individuals' mathematical work provides a basis to examine and characterize the potential of the tasks, their evolution and adaptation that are relevant during the actual class implementation.
  - How does the teacher take into account students' activities to change and adapt the initial task?
  - How does the researcher gather and analyze information regarding students' personal mathematical work from observations or experiments that are often partial and local?
- On the specific place of certain decisive tasks. Research in didactics of mathematics has pointed out that some particular tasks are decisive in the elaboration of a coherent mathematical work: emblematic tasks, fundamental situations, series of problems ...
  - How can we recognize and develop these particular tasks?
  - What possible plan or route can be designed for their implementation and experimentation? What means and tools are important to follow up their implementation?
- On collaborative work involved in the task solution process. The cognitive complexity of some tasks and also the diversity of students' knowledge often leads teachers to favor collaborative groups of two or three students for the task implementation.
  - How do the different theoretical frameworks take into account this social component in the development of personal work?
  - Thus, in the MWS model, how is the suitable MWS organized and what is the impact of this kind of organization on the construction of the students' personal MWSs?
- On modeling tasks. More and more, the social legitimacy of mathematics education is based on its close interaction with issues and technologies from the real world. As a result, modeling tasks have become increasingly important in the curriculum and their implementation in the classroom questions the nature of the intended mathematics.
  - How to think and study these modeling tasks as part of a mathematics education to find a fair balance between mathematical activities and non-mathematical activities?

#### Coordinators

Alain KUZNIAK (France), [alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr](mailto:alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr)

Charlotte DEROUET (France), Athanasios GAGATIS (Cyprus), Carolina HENRÍQUEZ (Chile) and Manuel SANTOS TRIGO (Mexico)

**Bibliographie commune | Bibliografía común | Common references**
**Actes de symposiums • Actas de simposios • Proceedings of symposia**

- **ETM 3**, 24-26 octobre 2012, Montréal, Canada.  
<http://turing.scedu.umontreal.ca/etm/documents/Actes-ETM3.pdf>
- **ETM 4**, 30 juin-04 juillet 2014, Madrid, Espagne.  
<http://www.mat.ucm.es/imi/ETM4/ETM4libro-final.pdf>
- **ETM 5**, 8-22 juillet 2016, Florina, Grèce.  
<http://etm5.web.uowm.gr/proceedings/>

**Numéros spéciaux • Números especiales • Special issues**

- Mathematical working spaces in schooling, *ZDM Mathematics Education*, vol. 48, n°6, octobre 2016.
- Génesis y desarrollo del trabajo matemático: el papel del profesor, el formador y las interacciones, *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA*, vol. 30, n°54, avril 2016.
- *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, Vol. 17, Núm. 4, Especial, Tomo I y Tomo II, 2014.

**Sur le modèle des ETM • Sobre el modelo de los ETM • About the model of the MWS**

- Kuzniak, A., Tanguay, D. & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction, *ZDM Mathematics Education*, 48(6), 721-737.
- Kuzniak, A. & Richard, P. R. (2014). Spaces for Mathematical Work. Viewpoints and perspectives, *RELIME*, 17(4-1), 17-28.
- Gómez-Chacón, I.M., Kuzniak, A., Vivier, L. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemático, *Bolema - Mathematics Education Bulletin* 30 (54), pp. 1-22.

**Bibliographie complémentaire pour le thème 4**

- Watson, A. & Ohtani, M. (Ed.) (2015). *Task design in mathematics education: An ICME study 22*. London : Springer.
- *ZDM, Mathematics Education*, Volume 49, Issue 6, 2017: Mathematical tasks and students.
- Leung, A. & Baccaglioni-Frank, A. (Ed.) (2017). *Digital technologies in designing mathematical tasks. Potential and pitfalls*. Springer.



UNIVERSIDAD  
COMPLUTENSE  
MADRID



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
UNIVERSITY OF WESTERN MACEDONIA



Symposium/Symposium/Simposio



PONTIFICIA  
UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DE  
VALPARAÍSO